

Kinematika - RZP.

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

1. Základné jednotky SI.
2. Hmotný bod. Súradnicové systémy. Vzťažná sústava
3. Rovnomerný priamočiary pohyb: Priemerná rýchlosť, dráha a grafické znázornenie.
4. Napíšte vzťahy pre dráhu a rýchlosť rovnomerne zrýchleného priamočiareho pohybu (aj grafické znázornenie).
5. Okamžitá rýchlosť. Integrálne vyjadrenie dráhy pomocou rýchlosti.
6. Stredné a okamžité zrýchlenie. Integrálne vyjadrenie rýchlosti pomocou zrýchlenia.

Odvodenia

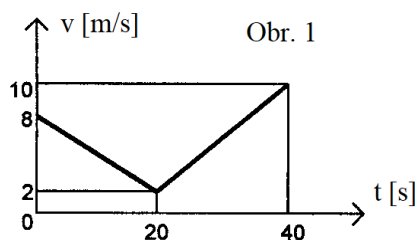
1. Odvodte vzťah pre výpočet dráhy rovnomerne zrýchleného pohybu ak viete, že rýchlosť sa mení podľa nasledovného vzťahu: $v(t) = v_0 + at$!

Príklady

1. Auto sa pohybuje na prvej tretine svojej dráhy rýchlosťou v_1 . Na zostávajúcej časti cesty sa pohybuje rýchlosťou $v_2 = 50$ km/h. Určte rýchlosť na prvom úseku dráhy, ak priemerná rýchlosť na celej trati je $v_p = 37,5$ km/h!
2. Prvú tretinu dráhy prešiel vlak rýchlosťou 20 km/h, druhú tretinu dráhy rýchlosťou 30 km/h a poslednú tretinu rýchlosťou 80 km/h. Aká je priemerná rýchlosť vlaku.
[31,3 km/h]
3. Aká je priemerná rýchlosť pohybu automobilu v prípade, že: a) Prvú tretinu času svojho pohybu sa pohybuje rýchlosťou $v_1 = 100$ km/h a zvyšný čas sa pohybuje rýchlosťou $v_2 = 60$ km/h. b) Tretinu z celkovej dráhy prejde rýchlosťou $v_1 = 100$ km/h a zvyšnú časť dráhy rýchlosťou $v_2 = 60$ km/h.
[73,3 km/h, 69,2 km/h]
4. Cyklista sa pohybuje smerom do kopca konštantnou rýchlosťou $v_1 = 10$ km.h⁻¹. Keď dosiahne vrchol kopca, obráti sa a absolvuje tú istú trať z kopca dolu rýchlosťou $v_2 = 40$ km.h⁻¹. Aká je priemerná rýchlosť pohybu cyklistu? [$v_p = 16$ km/h]
5. Patrik plával na lodi proti prúdu od jedného mosta k druhému za 10 minút. Aká je vzdialenosť mostov, ak rýchlosť lode vzhľadom na vodu bola 5 m/s a voda tečie rýchlosťou 3 m/s? Koľko času potrebuje Patrik, aby sa dostal späť k prvému mostu, ak rýchlosť jeho lode vzhľadom na vodu sa nemení?
6. Nákladný vlak ide rýchlosťou $v_1 = 36$ km/h. Za 1,5 hodiny z tejto stanice vychádza tým istým smerom expres rýchlosťou $v_2 = 72$ km/h. Za aký čas t od odjazdu nákladného vlaku a v akej vzdialenosti s od stanice doženie expres nákladný vlak? Úlohu riešte graficky i analyticky.
7. (DU) Automobil rýchlosťou 100 km/h začne obiehať druhý automobil pohybujúci sa rýchlosťou 80 km/h. Obiehať začne 10 m za autom a skončí 5 m pred ním. Dĺžka oboch áut je 2.5 m. Za aký čas a na akej vzdialenosti obehne rýchlejšie auto pomalšie?

8. Miloš skočil s padákom z helikoptéry a počas letu sa pohyboval nasledovne: Prvých 5 sekúnd rovnomerne zrýchľoval až dosiahol rýchlosť 25 m/s. Počas nasledujúcich 10 sekúnd rovnomerne spomalil na rýchlosť 5 m/s. Posledných 10 sekúnd sa pohyboval stálou rýchlosťou 5 m/s. Zostrojte graf závislosti rýchlosti jeho pohybu od času, ak počiatočná rýchlosť bola nulová! Akú dráhu prešiel počas daného času? [262,5 m]
9. Jaroslav išiel na bicykli cez kopec. Časť jeho pohybu znázorňuje Obr. 1. Urči akú dráhu prešiel za 40 sekúnd a aká bola jeho priemerná rýchlosť! [220 m; 5,5 m/s]
10. Rýchlik idúci rýchlosťou 90 km/h má zabrzdiť tak, aby sa rovnomerne spomaleným pohybom zastavil na vzdialenosti 1 km. Po akom čase zastaví? Určite jeho rýchlosť po 10 sekundách od okamihu, keď začal brzdiť. [80 s; 21,8 m/s]

11. Akú rýchlosť malo auto, keď vodič po zahliadnutí prekážky až do zastavenia prešiel dráhu $s = 35\text{m}$? Jeho reakčný čas $t_r = 0,8\text{ s}$ a brzdil so spomalením $a = 6,5\text{m/s}^2$. [16,8 m/s]

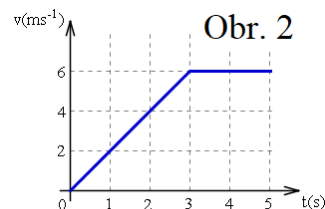


12. Vodič auta idúceho rýchlosťou 72 km/h začne brzdiť a po prejdení dráhy 50 m je hodnota jeho rýchlosti 54 km/h. Určte aké je spomalenie auta a akú celkovú dráhu prejde až do zastavenia, ak počas brzdenia je pohyb auta rovnomerne spomalený! [-1,75 ms⁻²; 114,3 m]

13. Dve telesá vzdialené od seba na začiatku 100 metrov sa pohybujú proti sebe – prvé rovnomerne s rýchlosťou $v_1 = 3\text{ m/s}$, druhé rovnomerne zrýchlene s počiatočnou rýchlosťou $v_0 = 7\text{ m/s}$ so zrýchlením $a = 4\text{ m/s}^2$. Nájdite miesto čas a ich stretnutia.
14. Z dvoch miest vzdialených navzájom 1000 m vyštartujú proti sebe dve vozidlá. Prvé ide začiatočnou rýchlosťou 5m/s a so zrýchlením 0,5 m/s². Druhé má začiatočnú rýchlosť 10 m/s a zrýchlenie 2 m/s². Určte čas a miesto ich stretnutia. [$t \doteq 22,9\text{ s}$; 754 m]
15. (DU) Dve autá vyrazili súčasne z mesta M do mesta N vzdialeného 50,4 km. Auto A1 prešlo polovicu vzdialenosti rýchlosťou 54 km/hod a druhú polovicu rýchlosťou 72 km/hod. Auto A2 išlo polovicu času, ktorý potrebovalo na prejdenie celej vzdialenosti, rýchlosťou 54 km/hod a druhú polovicu času rýchlosťou 72 km/hod. Ktoré auto dorazilo do mesta N skôr a o koľko sekúnd? Ako vzdialené bolo od mesta N druhé auto v okamihu príchodu prvého auta do mesta N? Aká bola priemerná rýchlosť každého z áut?
16. Automobil sa rozbieha so zrýchlením 2 m/s². Po dosiahnutí rýchlosti 108 km/h prejde 600 m konštantnou rýchlosťou, potom brzdí so spomalením 1 m/s² až do úplného zastavenia. Ako dlho trvá jazda a aká bola priemerná rýchlosť automobilu?

17. Pohyb HB je daný rovnicou $s = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 8t - 7,5$. Akú dráhu prejde medzi 0 a 3 sekundou? Ako sa mení rýchlosť a zrýchlenie v čase? Aká je rýchlosť v čase 5 s a kedy je zrýchlenie nulové? [10,5 m 0.5 m/s 4 s] [$v = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 8, a = t - 4$]

18. Závislosť rýchlosti rozbiehajúceho sa automobilu na čase počas prvých 5 s pohybu je znázornená na Obr. 2. S akým veľkým zrýchlením sa automobil pohybuje v čase $t = 2\text{ s}$? Akú dráhu prešiel za prvých 5 s a aká bola jeho priemerná rýchlosť?



[$v = a t, s = \frac{1}{2} a t^2 + v t_1; 2\text{ m/s}^2; 2\text{ m/s}^2; 21\text{ m}; 4,25\text{ m/s}$]

19. Raketa odpálená zo zeme sa pohybuje kolmo nahor, tak že pre jej vzdialenosť od Zeme platí: $h = -18t^2 + 110t + 20$, kde x [km] a t [min]. Nájdite rýchlosť rakety v čase $t = 3$ minúty. Určte čas v ktorom jej rýchlosť bude nulová a pre daný čas určte jej výšku.
20. Analýzou záznamu tachografu vozidla bolo zistené, že vozidlo z pôvodnej rýchlosti 90 km/h brzdilo podľa časovej závislosti: $v = v_0 - bt^2$ a zastavilo za čas 16 s. Na akej dráhe vozidlo zastavilo a akú maximálnu hodnotu dosiahla veľkosť zrýchlenia počas pohybu? [266,7 m; -3,125 m/s²]
21. Pouličná lampá visí 6 m nad zemou. Človek 1,8 m vysoký kráča rýchlosťou 1,6 m/s. Zistite akou rýchlosťou sa pohybuje tieň jeho hlavy.
22. * Návštevník bol na ostrove vzdialenom 8 km od brehu a v kolmej vzdialenosti 30 km od mesta. Na pohyb po vode používa čln s max. rýchlosťou 30 km/h a po pevnine auto s rýchlosťou 60 km/h. Určte trasu jeho pohybu tak aby ste minimalizovali čas jeho pohybu z ostrova do mesta.

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

7. Skaláry a vektory, vlastnosti daných veličín a príklady.
 8. Grafické znázornenie vektorov. Zápis vektorov pomocou zložiek.
 9. Prečo nie je úloha o rozkladaní vektora na zložky jednoznačná?
 10. Súčet a rozdiel dvoch vektorov (graficky i pomocou zložiek).
 11. Jednotkový vektor/vektory. Vyjadrenie vektora pomocou jednotkového vektora.
 12. Skalárny súčin: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ (dva vzťahy)
 13. Vektorový súčin: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| =$
 14. Polohový vektor, veľkosť, smerové kosínusy.
 15. Vektor okamžitej rýchlosti. Jednotkový vektor rýchlosti a jeho zložky.
 16. Vektor okamžitého zrýchlenia. Jednotkový vektor zrýchlenia a jeho zložky..
23. Vektor $\mathbf{A}$ má veľkosť 5 m a zvierá 60° uhol s osou x . a) Nakreslite daný vektor, ak začína v strede súradnicového systému. b) Určte zložky vektora $\mathbf{A}$ a napíšte ho potom použitím jednotkových vektorov $\mathbf{i}$ a $\mathbf{j}$. [2.5, 4.33]
 24. Cyklista sa posunul v prvý deň svojej cesty v smere $(2.7\mathbf{i} - 7.6\mathbf{j} + 2\mathbf{k})$ km. Na konci druhého dňa svojej cesty sa nachádzal na pozícii $(3.7\mathbf{i} + 1.2\mathbf{j} - 3\mathbf{k})$ km. Určte jeho vektorový posun v 2. deň.
 25. Nákladné auto sa posunulo 1.37 km na SZ, 0.85 km na V a 2.12 km 17° severne od V. Určte veľkosť a smer výsledného posunutia. [1.91 $\mathbf{i}$ + 1.59 $\mathbf{j}$, 23.48 km]
 26. Vypočítajte, akú prácu vykoná sila $\mathbf{F} = (3, 2, 4)$ N keď sa jej pôsobisko presunie z bodu $\mathbf{A} = (2, 1, 0)$ m do bodu $\mathbf{B} = (3, -4, 5)$ m? [13 J]
 27. Rieka šírky 100 m tečie rýchlosťou 0,3 m/s. Čln ide po hladine rýchlosťou 0,5 m/s. Ako treba nasmerovať čln, aby sa dostal čo najrýchlejšie na druhý breh? Aká bude pritom rýchlosť člna vzhľadom k brehu a ako dlho trvá plavba.
 28. Chlapec vesluje na loďke rýchlosťou veľkosti $v_1 = 6$ km/h. Loďku nasmeroval kolmo na protiľahlý breh vzdialený $d = 600$ m. Rieka unáša loďku rýchlosťou veľkosti $v_2 = 4$ km/h. a) Zakreslite do ilustračného obrázka vektory rýchlosti pohybu loďky a rieky. b) Určte rýchlosť pohybu loďky vzhľadom na breh. c) Ako ďaleko unesie rieka loďku od miesta, ku ktorému

chlapec loďku na začiatku pohybu nasmeroval? d) V akej vzdialenosti od miesta štartu loďka pristane? e) Ako by musel chlapec nasmerovať loďku pri štarte, aby pristál na protiľahlom brehu presne oproti miestu štartu?

29. Medzi dve skoby upevnené v rovnakej výške proti sebe v rovnobežných stenách vzdialených 3,5 m od seba je priviazané tenké vlákno. Po zavesení záťaže hmotnosti 5 kg do stredu vlákna poklesne stred vlákna o 5 cm pod úroveň spojnice bodov upevnenia. Aká sila kolmá na steny sa snaží skoby vytrhnúť? [857,5 N]
30. Preskúmajte pohyb hmotného bodu, ktorého polohový vektor závisí od času podľa vzťahu: $\vec{r} = A \cos(bt) \vec{i} + A \sin(bt) \vec{j} + B t \vec{k}$, kde $A = 6 \text{ m}$ a $b = \pi/4 \text{ s}^{-1}$ $B = 3 \text{ m/s}$.
Nájdite závislosť vektora rýchlosti a zrýchlenia od času, a tiež veľkosť polohového vektora, rýchlosti a zrýchlenia v čase $t = 4 \text{ s}$.
31. Pohyb HB v rovine je daný rovnicami: $x = 20t + 5$ a $y = 15t^2 - 3$. Nájdite zložky rýchlosti, zrýchlenia a ich veľkosti v čase 2 s. Aký uhol v danom čase zvierajú s osou x?
[(20,30t], [0,30], 63,24 m/s; 30 m/s²; 71,6°; 90°]
32. Pohyb telesa je opísaný pohybovými funkciami: $x = 20 t$, $y = - 5 t^2 + 5 t + 10$, $z = 0$, kde vzdialenosti sú v metroch a čas v sekundách. Určte: (a) polohu telesa v čase $t = 2 \text{ s}$, (b) veľkosť rýchlosti v čase $t = 2 \text{ s}$ a uhol, ktorý v tomto čase zvierá vektor rýchlosti s osou x, (c) vektor zrýchlenia, (d) normálové a tangenciálne zrýchlenie a polomer krivosti dráhy v čase $t = 2 \text{ s}$. [$\vec{r} = 40 \vec{i} \text{ m}$, $\vec{v} = 20 \vec{i} + (5-10 t) \vec{j} \text{ m/s}$, $v(2) = 25 \text{ m/s}$, $36,9^\circ$, $\vec{a} = -10 \vec{j} \text{ m/s}^2$, $a_t(2) = 6 \text{ m/s}^2$, $a_n(2) = 8 \text{ m/s}^2$, $r = 78,1 \text{ m}$]
33. Pohyb hmotného bodu je opísaný rovnicami $x = R \cos \omega t$, $y = R \sin \omega t$, $z = bt$, kde R , ω , b sú konštanty. Určte vektor rýchlosti a vektor zrýchlenia tohto pohybu a tiež veľkosti týchto vektorov.
34. Pozorovateľ stojaci v okamihu rozbehu vlaku pri jeho začiatku zaznamenal, že prvý vagón prešiel popri ňom za čas $t_1 = 4 \text{ s}$. Ako dlho bude popri ňom prechádzať n-tý vagón (napr. $n = 7$), keď sú všetky vagóny rovnako dlhé? Považujte pohyb vlaku za priamočiary, rovnomerne zrýchlený.
35. Elektrický rušeň sa rozbieha z pokoja so zrýchlením, ktoré rovnomerne rastie, a to tak, že v čase $t_1 = 100 \text{ s}$ má zrýchlenie hodnotu $a_1 = 0,5 \text{ m.s}^{-2}$. Vypočítajte rýchlosť rušňa v čase t_1 , ako aj dráhu, ktorú rušeň za ten čas prešiel!
36. Aká je priemerná rýchlosť pohybu automobilu v prípade, že: a) prvú polovicu času svojho pohybu sa pohybuje rýchlosťou $v_1 = 100 \text{ km.h}^{-1}$ a druhú polovicu času sa pohybuje rýchlosťou $v_2 = 60 \text{ km.h}^{-1}$ b) polovicu z celkovej svojej dráhy prejde rýchlosťou $v_1 = 100 \text{ km.h}^{-1}$ a druhú polovicu dráhy rýchlosťou $v_2 = 60 \text{ km.h}^{-1}$?
37. V rieke širokej 300 metrov tečie voda rýchlosťou veľkosti 1,2 m/s. Loď sa pohybuje vzhľadom na vodu rýchlosťou veľkosti 5 m/s. V akom smere sa má pohybovať loď, keď sa má dostať na druhý breh za najkratší čas a aký je tento čas? O koľko sa odkloní od svojho pôvodného smeru?

Kinematika - Vrh.

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

17. Vzťahy pre výpočet dráhy a rýchlosti: voľný pád a vrh zvislý nahor.
18. Vzťahy pre polohu a rýchlosť vodorovného vrhu.
19. Vzťahy pre polohu a rýchlosť šikmého vrhu.

Príklady ($g = 10\text{m/s}^2$)

1. Kameň padá voľným pádom z výšky 10 m. a) Aká bude jeho rýchlosť pri dopade. b) Aká bude jeho rýchlosť pri dopade, ak mu udelíme na začiatku pohybu rýchlosť 10 m/s v smere a proti smeru pádu. [14,14 m/s ; 17,3 m/s]
2. Kameň vyhodенý z výšky $h = 10$ m kolmo nahor má počiatočnú rýchlosť $v_0 = 20\text{m.s}^{-1}$. Akú rýchlosť bude mať kameň v čase $t = 1,5\text{s}$? Za aký čas dosiahne maximálnu výšku? Akú výšku dosiahne? Kedy dopadne na zem? [5 m/s; 2 s; 30 m; 4,45s]
3. Chlapec pustil kameň z okna vo výške $h_1 = 30$ m nad zemou. Druhý chlapec pustil kameň z okna pod prvým chlapcom vo výške $h_2 = 20$ m nad zemou a to v okamihu, keď prvý kameň padal okolo neho. Odpor vzduchu zanedbajte.
 - a) Akými rýchlosťami dopadli kamene na zem? [24,5 m/s; 20 m/s]
 - b) Ktorý kameň dopadol prvý? Aký bol časový rozdiel medzi dopadmi? [1 s]
 - c) Ako by sa predošlé výsledky zmenili, keby sme tento experiment vykonali na lunárnej základni na Mesiaci? [9,96 m/s; 8,13 m/s; 2,63 s]
4. Z výšky 195 m nad zemským povrchom voľne padá určité teleso. V okamihu, keď toto teleso začne padať, vyhodíme zo zemského povrchu zvisle nahor druhé teleso rýchlosťou $v = 65$ m/s. Kedy a v akej výške sa tieto telesá stretnú? [3 s, 150 m]
5. Teleso bolo vrhnuté zo zemského povrchu zvisle nahor rýchlosťou $v_0 = 4,9$ m/s. Súčasne z maximálnej výšky, ktorú toto teleso dosiahne, je vrhnuté zvisle nadol druhé teleso tou istou začiatočnou rýchlosťou v_0 . Treba určiť čas t^* , v ktorom sa obidve telesá stretnú, vzdialenosť h od zemského povrchu, v ktorej sa stretnú a rýchlosti obidvoch telies v_1^* a v_2^* v okamihu stretnutia. Odpor vzduchu zanedbajte!
[$t = 0,125$ s; $d = 0,535$ m od zemského povrchu; $v_1^* = 3,675\text{ m.s}^{-1}$ a $v_2^* = 6,125\text{ m.s}^{-1}$]
[0,125 s; 0,53 m; 3.67 m/s; 6,12 m/s]
6. Voľne padajúce teleso prešlo posledných 30 m svojej dráhy za 1 sekundu. Určite výšku, z akej teleso padá. [61,25 m]
7. Oceľová guľôčka odskakuje od oceľovej podložky v 1-sekundových intervaloch. Ako vysoko sa guľôčka odráža? [$h = 1,23$ m]
8. (DU) Teleso vrhnuté smerom nahor z úrovne povrchu zeme prechádza výškou h nad povrchom zeme dvakrát v časovom intervale Δt .
 - a) Určte počiatočnú rýchlosť telesa.
 - b) Stanovte najväčšiu výšku, do ktorej teleso počas pohybu vystúpi.
 - c) Určte celkový čas pohybu telesa nad povrchom zeme.Úlohu riešte všeobecne a pre hodnoty: $\Delta t = 1,0$ s, $h = 10$ m a $g = 9,8\text{ m.s}^{-2}$. Odpor vzduchu pri pohybe telesa neuvažujte. [15 m/s; 11,3 m; 3 s]
9. Z veže výšky $h = 25$ m je vrhnutý vodorovne kameň rýchlosťou $v_0 = 15$ m/s. Určite v akej vzdialenosti od veže dopadne na zem, aká bude doba letu, veľkosť rýchlosti s ktorou dopadne na zem a uhol dopadu vzhľadom na vodorovnú rovinu.

[33,5m; 2,24s; 27 m/s; 56,2°]

10. Bombardovacie lietadlo letí rýchlosťou 720 km/hod. vo výške 5 km. (a) V akej horizontálnej vzdialenosti musí uvoľniť bombu, aby zasiahla cieľ? (b) Určite rýchlosť bomby pri dopade. (c) Pod akým uhlom vzhľadom na vodorovnú rovinu bomba dopadne na cieľ?

[31.62 s; 374.14 m/s; 57.68°]

11. Akou rýchlosťou bola vodorovne hodená guľa z veže výšky 80 m, keď jej veľkosť rýchlosti pri dopade bola 50 m/s? Ako dlho letela guľička?

[30 m/s; 4s]

12. Strela z dela vyletela rýchlosťou 50 m/s pod uhlom 30° . V akom čase a akej výške zasiahla skalnú stenu vo vzdialenosti 100 m od dela.

[2,3 s; 31,1 m]

13. Delová guľa opúšťa hlaveň dela rýchlosťou $v_0 = 200$ m/s, pod výškovým uhlom $\alpha_0 = 55^\circ$. Treba určiť teoretickú dĺžku dostrelu a maximálnu výšku, ktorú by guľa dosiahla, keby neexistoval odpor vzduchu.

[2,3 km; 1.27 km]

14. (DU) Z jedného bodu sú súčasne vrhnuté dve telesá s rovnakou rýchlosťou, ale pod rôznymi uhlami vzhľadom k horizontu. Vypočítajte vzdialenosť d medzi telesami v čase $t = 2$ s, ak počiatočná rýchlosť $v_0 = 100$ m.s⁻¹ a uhly boli $\alpha_1 = 30^\circ$ a $\alpha_2 = 60^\circ$.

[103,5 m]

15. * Peter sa pripravoval na atletickú súťaž v hode oštepom. Z miesta (bez rozbehu) hodil v tréningu do najväčšej vzdialenosti $l_{m1} = 45$ m. Keďže chcel v súťaži dosiahnuť čo najlepší výsledok, naučil sa hádzať oštep aj s rozbehom.

a) Určte veľkosť rýchlosti v_0 , s akou Peter vrhol oštep pri vrhu z miesta pri dosiahnutí najväčšej vzdialenosti vrhu? Pod akým uhlom α_{m1} vzhľadom na vodorovnú rovinu ihriska musel oštep vrhnúť, aby dosiahol najväčšiu vzdialenosť vrhu pri danej rýchlosti vrhu v_0 ?

b) Určte najväčšiu vzdialenosť l_{m2} , do ktorej môže Peter vrhnúť oštep pri rozbehu s rýchlosťou $u = 5,0$ m.s⁻¹? 1) Úlohu riešte pomocou nájdenia maxima funkcie v závislosti od uhla. 2) Zostrojte graf vzdialenosti vrhu l od uhlu vrhu α pre hodnotu rýchlosti v_0 určenú v časti a) a hodnotu l_{m2} určte z grafu.

Pozn.: Úlohy riešte najprv všeobecne a potom pre zadané hodnoty veličín. Rozdiel výšky miesta vrhu a miesta dopadu ako aj odpor vzduchu proti pohybu oštepu neuvažujte [21 m/s; 45°; 49,5°; 60,7 m]

Kinematika – K-KP.

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

7. Pohyb po kružnici. Perióda a frekvencia pohybu. Obvodová a uhlová rýchlosť, vzťah medzi nimi (aj vo vektorovom tvare).
8. Vzťahy pre výpočet uhla a uhlovej rýchlosti pri rovnomerne zrýchlenom kruhovom pohybe.
9. Zrýchlenie obecného krivočiareho pohybu.
10. Tangenciálne a normálové zrýchlenie.

Príklady

1. Rýchlosť rovnomerného pohybu družice po kružnici okolo Zeme je $7,46 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. Družica sa pohybuje vo výške 800 km nad povrchom Zeme (polomer Zeme je $R=6400 \text{ km}$). Určte obežnú dobu družice okolo Zeme. [101 min]
2. Bicyklista idúci rýchlosťou 18 km/hod zvýšil rovnomerne svoju rýchlosť na 27 km/hod za dobu 10 s. Aké bolo pritom uhlové zrýchlenie kolies bicykla, ak priemer kolesa je 80 cm? ($v = \omega r$) [0,625 s^{-2}]
3. Zotrvačkové koleso má frekvenciu 500 ot/min a po dobu 15 sekúnd je zrýchľované s uhlovým zrýchlením $\varepsilon = 5 \text{ s}^{-2}$. Akú frekvenciu dosiahne a koľko otáčok urobí za daný čas? [1216.6 ot/min]
4. Zotrvačnik s uhlovým zrýchlením 2 rad/s^2 sa otočil za čas 5 s o uhol 75 rad. Ako dlho bol už v pohybe pre začiatkom 5-sekundového intervalu, ak sa roztáčal z kľudu? [7,07 s]
5. Koleso otáčajúce sa s frekvenciou 600 otáčok za minútu sa vplyvom trenia zastaví, pričom vykoná ešte 500 otáčok. Za aký čas sa koleso zastaví a aké bude pritom jeho uhlové zrýchlenie? [100 s; -0,628 s^{-2}]
6. Počet otáčok brúsneho kotúča sa počas 10 sekúnd zbrzdí z $f_1 = 3000 \text{ ot/min}$ na $f_2 = 2000 \text{ ot/min}$. Koľko otáčok n vykoná kotúč v uvedenom čase? [$n = 417 \text{ ot}$]
7. Vo zvislej rovine po kružnici s polomerom $r = 0,5 \text{ m}$ otáčame vedro naplnené vodou. Akou najmenšou rýchlosťou a frekvenciou sa musí vedro otáčať, aby pri tomto pohybe voda z vedra nevytiekla? [2,236 m/s]
8. Hmotný bod koná pohyb po kružnici s polomerom $R = 20 \text{ cm}$ so stálym uhlovým zrýchlením $\varepsilon = 2 \text{ s}^{-2}$. Vypočítajte hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia na konci štvrtej sekundy od začiatku pohybu, keď v čase $t = 0 \text{ s}$ bol hmotný bod v pokoji! [$a_t = 40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_n = 1280 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$; $a = 1280,6 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$]
9. Po opustení stanice rýchlosť vlaku rovnomerne vzrastá a po troch minútach od opustenia stanice dosahuje na dráhe zakrivenej do tvaru kružnice s polomerom $R = 800 \text{ m}$ hodnotu 72 km/h. Treba určiť hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia po dvoch minútach od okamihu opustenia stanice. [$v = t/9 \text{ m/s}$, $a_t = 0,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a_n = 0,22 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $a = 0,246 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$]
10. Koleso s polomerom $r = 0,3 \text{ m}$ sa dáva do pohybu pomocou namotaného vlákna, na ktorom je zavesené závažie. Za čas $t_1 = 12 \text{ s}$ klesne závažie o $h = 5,4 \text{ m}$. Akú má frekvenciu f a koľko otočení n vykoná koleso za tento čas? [$f = h/(\pi r t) = 0,477 \text{ Hz}$; $n = h/(2 \pi r) = 2.864$]

11. Určte polomer krivosti dráhy telesa, ktoré bolo vrhnuté vodorovne počiatočnou rýchlosťou 40 m/s pod uhlom 30° , v čase 3 s od začiatku pohybu? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
[$a_n = v^2/R$, $v^2 = v_x^2 + v_y^2$, $g^2 = a_n^2 + a_t^2$] [$R = 135,3 \text{ m}$]
12. Koleso polomeru 10 cm sa otáča tak, že bod na jeho obvode má počas pohybu rovnako veľké tangenciálne aj normálové zrýchlenie. Za aký čas dosiahne rýchlosť tohoto bodu hodnotu 5 cm/s, keď na začiatku mala veľkosť 2 cm/s ? [3 s]

DYNAMIKA

Otázky

2. Definujte inerciálnu a neinerciálnu vzťažnú sústavu.
3. Napíšte tri Newtonove pohybové zákony.
4. Definujte hybnosť a impulz sily, vyjadrite ich vzájomný súvis.
5. Práca, Výkon. Definujte integrálny vzťah pre prácu sily.
6. Ako je definovaná kinetická a potenciálna energia. Zákony zachovania.
7. Nakreslite sily, ktoré pôsobia na knihu nehybne ležiacu na naklonenej rovine! Nájdite ich reakcie a popíšte ich!

Odvodenia

8. Ukážte, že impulz sily je rovný celkovej zmene hybnosti!
9. Dokážte, že zmena kinetickej energie je rovná práci pôsobiacich síl!

Príklady

1. Teleso sa dáva do pohybu pôsobením sily $F = 0,02 \text{ N}$ a za prvé štyri sekundy svojho pohybu prejde dráhu 3,2 m. Aká veľká je jeho hmotnosť a akú rýchlosť má na konci piatej sekundy svojho pohybu? [0,05 kg; 2 m.s⁻¹]
2. Teleso, na ktoré pôsobí sila 0,5 N prejde za prvé 4 s dráhu 5 m. Aká veľká je hmotnosť telesa a akú rýchlosť má na konci siedmej sekundy svojho pohybu? Na začiatku bolo teleso v pokoji. [0,8 kg; 4,37 m/s]
3. Železničný vozeň sa pohybuje po vodorovnej trati a brzdiť ho silou, ktorá sa rovná 0,1 tiaže vozna ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Počítajte čas meraný od začiatku brzdenia, za ktorý vozeň zastaví, ako aj dráhu, ktorú od začiatku brzdenia do zastavenia prejde, ak v okamihu, keď začalo brzdiť, mal vozeň rýchlosť 72 km/h? [20 s; 200 m]
4. Vlak o hmotnosti 800 t, ktorý ide po vodorovnej trati rýchlosťou 72 km.h⁻¹ začne brzdiť a zastane na dráhe 400m. Ako dlho bude vlak brzdiť a aká je veľká brzdiaca sila? [40 s; 400 kN]
5. Drevený valec je ponorený vo vode 2/3 svojej výšky. Akú prácu treba vykonať na vytiahnutie valca z vody? Polomer valca je $r = 10 \text{ cm}$ a jeho výška $h = 60 \text{ cm}$. ($F_{vz} = \rho_k g V$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) [25,1 J]
6. Motor auta celkovej hmotnosti 960 kg má ťažnú silu 1600 N. Za koľko sekúnd môže auto dosiahnuť rýchlosť $v = 54 \text{ km.h}^{-1}$? [9 s]
7. Do akej hĺbky zarazíme do dreva klinec jedným úderom kladiva, keď rýchlosť, s ktorou dopadá kladivo na klinec je 6 m/s a hmotnosť kladiva je 1.5 kg ? Priemerná sila odporu dreva je 2000 N. [13,5 mm]
8. Vo vzduchovke pôsobí na náboj o hmotnosti 4 g stlačený vzduch priemernou silou 196,2 N. Za aký čas a akou rýchlosťou opustí náboj 60 cm dlhú hlavňu? Akú prácu pritom táto sila vykonala? [4,95 ms 242,6 m.s⁻¹ 117,7 J]
9. Akú prácu je treba vykonať pri stlačení nárazníkovej pružiny vagóna o 5 cm, keď na jej stlačenie o 1 cm treba silu 30 kN, a keď platí, že sila je priamo úmerná skráteniu pružiny? [3750 J]
10. Vozík hmotnosti 3 kg stojí na vodorovných koľajničkách. Vo vodorovnom smere doň vnikne strela hmotnosti 10 g a uviazne v ňom, čím sa vozík posunie o 20 cm. Aká bola rýchlosť strely, ak je súčiniteľ trenia pri pohybe vozíka 0.01 ? [59,6 m/s]
11. Lyžiar zišiel po svahu dĺžky $l = 20 \text{ m}$ so sklonom $\alpha = 18^\circ$ na vodorovnú lúku a zastavil sa vo vzdialenosti $d = 30 \text{ m}$ od konca svahu. Súčiniteľ f šmykového trenia medzi lyžami a svahom

- bol po celú dobu jazdy konštantný – určte jeho veľkosť. Akou veľkou rýchlosťou sa lyžiar pohyboval na konci svahu? Odpor vzduchu zanedbajte. [0,13; 8,6 m/s]
12. Na hmotné teleso pôsobí stále v tom istom smere sila, ktorej hodnota závisí od času podľa vzťahu $F = F_0 - kt$, kde $F_0 = 36 \text{ N}$ a $k = 6 \text{ N/s}$. Na začiatku bolo teleso v pokoji. Počas prvých 10 sekúnd urazilo dráhu 100 m. Vypočítajte jeho hmotnosť! [8 kg]
13. Elektrický rušeň sa rozbieha z pokoja so zrýchlením, ktoré rovnomerne rastie, a to tak, že v čase $t_1 = 100 \text{ s}$ má zrýchlenie hodnotu $a_1 = 0.5 \text{ ms}^{-2}$. Vypočítajte, akú dráhu prejde za prvú minútu svojho pohybu a aká je jeho rýchlosť na konci prvej minúty. [180 m; 9 m/s]
14. Teleso sa šmýka dolu po naklonenej rovine zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol 45° za účinku síl trenia so zrýchlením $a = 2,4 \text{ m.s}^{-2}$. Pod akým uhlom musí byť naklonená rovina, aby sa teleso po nej šmýkalo po malom postrčení konštantnou rýchlosťou?
15. Teleso hmotnosti m leží na naklonenej rovine, zvierajúcej uhol $\pi/6$ s vodorovnou rovinou. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa bude teleso pohybovať, keď koeficient trenia telesa o podložku je 0.2 a koľko percent potenciálnej energie telesa sa pri pohybe premení trením na teplo ? [3,2 m.s⁻²]
16. DU Teleso hmotnosti $m_1 = 5 \text{ kg}$, položené na stole, je spojené lankom cez kladku s telesom hmotnosti $m_2 = 3 \text{ kg}$, visiacim pri okraji stola. Koeficient trenia telesa o stôl je rovný 0.1. Vypočítajte, s akým zrýchlením sa budú telesá pohybovať a akou silou je pri pohybe napínané lanko. Hmotnosť kladky a hmotnosť lanka zanedbajte.
[$F = (m_1 + m_2) a = m_2 g - f m_1 g$; $a = 3,125 \text{ m.s}^{-2}$; 20,6 N]
17. Ak na pružinu, ktorá sa nachádza vo zvislom puzdre, položíme guľôčku hmotnosti $m = 0,1 \text{ kg}$, stlačí sa pružina o $\Delta s = 2 \text{ mm}$. Aká je tuhosť pružiny? Do akej výšky vyletí guľôčka, keď pružinu stlačíme o $\Delta s_1 = 15 \text{ cm}$ a náhle uvoľníme? [500 N/m; 5,62 m]
18. * Guľôčka s hmotnosťou m , ktorej bola udelená začiatočná rýchlosť v_0 , sa pohybuje v prostredí, ktorého odpor F proti jej pohybu rastie lineárne s rýchlosťou hmotného bodu, t.j. $F = -kv$. Akú dráhu až do zastavenia guľôčka prejde, keď okrem odporu prostredia nepôsobí na ňu žiadna sila?
[$s = mv_0 / k$]

Gravitačné pole

Základné pojmy

1. Newtonov gravitačný zákon.
2. Sily riadiace sa zákonom $F(r) \sim C / r^2$.
3. Intenzita gravitačného poľa (pre 1 hmotný bod, pre sústavu).
4. Potenciálna energia HB v gravitačnom poli iného HB.
5. Potenciál gravitačného poľa (vytvoreného hmotným bodom M).
6. Definujte siločiaru a ekvipotenciálne hladiny.
7. Vzťah medzi intenzitou a potenciálom gravitačného poľa.
8. Operátor. Operátor „nabla“ v kartézskom systéme súradníc.

Teoretické otázky

9. Keplerove zákony.
10. Odvodte vzťah pre potenciálnu energiu telesa s hmotnosťou m v gravitačnom poli iného telesa s hmotnosťou M .
11. Odvodiť I. a II. kozmickú rýchlosť.
19. Pomocou Keplerových zákonov zistite: a) Aká je stredná vzdialenosť planéty Venuša od Slnka, ak jej doba obehu okolo Slnka je $T_V = 0,615$ roka. b) Aká je doba obehu planéty Merkúr okolo Slnka, ak jej stredná vzdialenosť od Slnka je $a_M = 0,387 \text{ AU}$. ($1 \text{ AU} = 149\,597\,870 \text{ km}$).
[$l(\text{Venuša Slnko}) = 108 \cdot 10^6 \text{ km}$, $T(\text{Merkúr}) = 88 \text{ dní}$]
20. Doktor Who s rovnomernom seriáli udáva rýchlosť otáčania Zeme $1\,600 \text{ km/hod}$ a rýchlosť pohybu Zeme okolo Slnka $100\,000 \text{ km/hod}$. Z tabuliek vieme, že polomer Zeme je $R_Z = 6\,378 \text{ km}$ a vzdialenosť Zeme od Slnka je $R_{zs} = 149\,597\,887 \text{ km}$. Výpočtom overte či jeho tvrdenie reálne.
[obvod kruhu $o = 2 \pi r$, $v = o/t$]
21. Vypočítajte hmotnosť Slnka, ak viete, že Zem s hmotnosťou $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ obieha okolo Slnka po približne kruhovej dráhe s polomerom $1,5 \cdot 10^{11} \text{ km}$. Zem a Slnko považujte za hmotné body.
[$2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$]
22. Saturn má hmotnosť 95 krát väčšiu ako Zem a polomer 9-krát väčší ako polomer Zeme. Vypočítajte gravitačné zrýchlenie na povrchu Saturnu.
[$11,5 \text{ m/s}^2$]
23. *Halleyova kométa má dobu obehu 76,02 roka. 20.4.1910 prešla perihéliom vo vzdialenosti $0,59 \text{ AU}$. Kedy prešla kométa znova a znova perihéliom? Do akej najväčšej vzdialenosti sa kométa pri tomto obehu okolo Slnka dostala? (1986, 29.7 2061, 35.1 AU)
24. Považujte Zem za homogénnu guľu s polomerom R_Z a hmotnosťou M_Z . Gravitačné zrýchlenie na povrchu Zeme je približne $9,81 \text{ m/s}^2$. Aké veľké je gravitačné zrýchlenie vo výške $h = R_Z = 6378 \text{ km}$ nad povrchom a 1378 km pod povrchom Zeme? [$g/4$; $0,784 \text{ g}$]
25. V ktorom mieste na priamej spojnici medzi Zemou a Mesiacom sa intenzita spoločného gravitačného poľa rovná nule, keď hmotnosť Mesiaca je $1/81$ hmotnosti Zeme ($r_{ZM} = 384400 \text{ km}$)?
[$0,9 r_{ZM}$; 346000 km]
26. Aká práca sa vykoná pri vynesení človeka hmotnosti 100 kg na obežnú dráhu do výšky $36\,000 \text{ km}$, pohyb geostacionárnych družíc. Pri výpočte uvažujte presun v radiálnom gravitačnom poli Zeme.
[$5,3 \text{ GJ}$]
27. Pri Jupiteri doteraz poznáme 16 mesiacov. Prvé štyri z nich objavil v r. 1610 Galileo (Io, Európa, Ganymédes a Kalisto sa preto tiež volajú Galileove mesiace). Ich obežné dráhy sú takmer kruhové. Určte hmotnosť Jupitera, ak pre Io poznáte tieto údaje: vzdialenosť od stredu Jupitera $r = 421\,600 \text{ km}$ a doba obehu $T = 1,769 \text{ dňa}$.
[$1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$]

28. Akou rýchlosťou sa pohybuje družica IEES okolo Zeme ($R_Z = 6\,378\text{ km}$), keď vieme, že sa nachádza vo vzdialenosti 550 km nad povrchom Zeme? Za aký čas obehne okolo Zeme.

[7590 m/s; 5732 s]

29. Akú vzdialenosť od Zeme musí mať umelá družica, ktorá obieha tak, že sa zdá, že stojí nad určitým bodom rovníka? ($R_Z = 6\,378\text{ km}$)

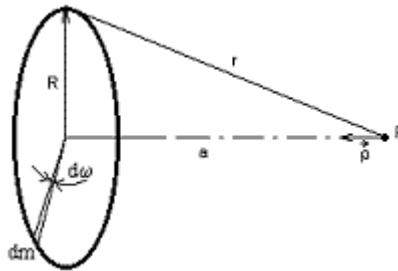
[35 896 km]

30. Vypočítajte akou rýchlosťou by dopadla guľa s polomerom 10 cm a hmotnosťou 1 kg na povrch Zeme z výšky 800 m, keby sme neuvažovali odpor vzduchu. Ako by sa zmenila daná rýchlosť pri uvažovaní odporu úmernému štvorci rýchlosti ($F_O = \frac{1}{2} C_S \rho v^2$; $C = 0.48$, $\rho_{vz} = 1.29\text{ kg/m}^3$)?

[$v = 125\text{ m/s}$; $v_k = 31.8\text{ m/s}$]

31. Teleso bolo vrhnuté zo zemského povrchu zvisle nahor rýchlosťou v_0 . Do akej výšky vystúpi a aká by musela byť minimálna začiatočná rýchlosť v_k , aby teleso nespadlo späť na Zem? (Odpor vzduchu zanedbajte!)

32. Vypočítajte potenciál a intenzitu gravitačného poľa drôtu hmotnosti m , ohnutého do tvaru kružnice s polomerom R v bode P na osi kružnice vo vzdialenosti a od jej stredu (obr.)!



Mechanika TT

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

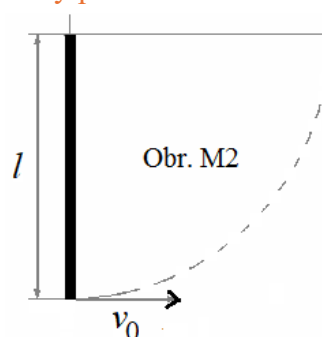
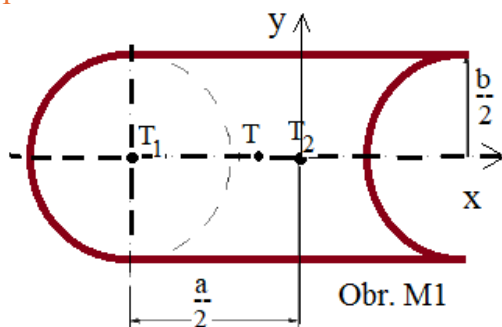
1. Definujte ťažisko sústavy hmotných bodov alebo tuhého telesa.
2. Uveďte vzťah pre polohový vektor ťažiska sústavy častíc.
3. Uveďte vzťah pre polohový vektor ťažiska telesa so spojito rozloženou hmotnosťou.
4. Charakterizujte rovnovážne polohy tuhého telesa.
5. Vzťahy pre rýchlosť a zrýchlenie ťažiska.
6. I. a II. impulzová veta.
7. Kinetická energia otáčajúceho sa telesa.
8. Moment zotrvačnosti – sústavy hmotných bodov, tuhého telesa.
9. Moment sily. Pohybová rovnica rotujúceho telesa.
10. Uveďte Steinerovu vetu. Nakreslite obrázok.

Teoretické otázky

11. Odvodiť vzťah pre polohu ťažiska 2 hmotných bodov.
12. Odvodiť vzťah pre moment zotrvačnosti homogénnej tyče, ktorá sa otáča okolo svojho konca.
13. Odvodiť diferenciálnu rovnicu pre fyzikálne kyvadlo a výpočet pre jeho periódu.

Príklady

1. Štyri hmotné body s hmotnosťami $m_1 = 2$ g, $m_2 = 5$ g, $m_3 = 10$ g, $m_4 = 7$ g sú rozložené v priestore postupne tak, že zaujímajú polohy A(3,4,5), B(-2,3,-4), C(-4,2,7), D(1,-4,-6), kde súradnice v zátvorkách sú udané v cm. Nájdite polohu ťažiska tejto sústavy hmotných bodov! [(-0,86; -0,62; 0,75) cm]
2. Nájdite polohu ťažiska útvaru znázorneného na Obr. M1, ktorý vznikol tak, že sa z obdĺžnika so stranami a , b vyrezal na jednej jeho strane polkruh polomeru $b/2$ a priložil sa na druhú stranu obdĺžnika. Stred sústavy prechádza cez bod T_2 . [$x_T = -\pi b/8$]



3. Moment zotrvačnosti obdĺžnikovej homogénnej dosky ($a < b$), kmitajúcej vo svojej rovine, okolo osi kolmej na rovinu dosky prechádzajúcej ťažiskom je $J_0 = m(a^2 + b^2) / 12$. Vypočítajte moment zotrvačnosti vzhľadom na a) stred kratšej strany, b) stred dlhšej strany a c) rohom dosky. [Steinerova veta]
4. Tyč dĺžky $l = 1$ m je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej koncovým bodom tyče (Obr. M2). Akú rýchlosť musíme udeliť voľnému koncovému bodu

- tyče, aby pri svojom vychýlení z rovnovážnej polohy dosiahol vodorovnú rovinu prechádzajúcu osou otáčania? ($J = m l^2/3$) [$v_0 = (3gl)^{1/2} = 5,4 \text{ m.s}^{-1}$]
5. Je daná priama homogénna tyč dĺžky $l = 1 \text{ m}$. Treba nájsť vzdialenosť od stredu tyče, v ktorej treba tyč upevniť, aby sa kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou periódou.
[$T = 2\pi\sqrt{I/mgx}$ $I = ml^2/12 + mx^2$, $I \equiv J$, $dT/dx = 0$, $x = 0,29 \text{ m}$]
6. Zotrvačnickové koleso, ktoré má spolu s hriadeľom moment zotrvačnosti 200 kg.m^2 vzhľadom na os otáčania, sa otáča tak, že koná 180 otáčok za minútu. Vplyvom trenia v ložiskách sa koleso zastaví za dve minúty od okamihu, ako prestali pôsobiť vonkajšie sily svojím otáčavým momentom. Aký je moment síl trenia za predpokladu, že je konštantný?
[$31,4 \text{ N.m}$]
7. Zotrvačník s momentom zotrvačnosti 3 kg.m^2 sa otáča uhlovou rýchlosťou 3 rad/s . Za aká čas zväčší zotrvačník svoju uhlovú rýchlosť na 12 rad/s ak začne naň pôsobiť moment sily $M = 6 \text{ t}$?
[3 s]
8. Homogénna guľa polomeru $R = 0,3 \text{ m}$ s hmotnosťou $m = 20 \text{ kg}$ sa guľa vplyvom vlastnej tiaže po naklonenej rovine, zvierajúcej s vodorovnou rovinou 5° . Akú rýchlosť má ťažisko gule po prebehnutí 10 m dráhy. ($J = 2 m R^2 / 5$)
[$3,5 \text{ m/s}$]
9. Do telesa tvaru gule, zaveseného na vlákne, narazí vodorovne letiaci náboj, ktorého hmotnosť je 1000-krát menšia ako je hmotnosť telesa, a uviazne v tomto telese. Aká bola rýchlosť náboja pri náraze, keď sa teleso po náraze vychýlilo zo svojej rovnovážnej polohy tak, že záves zvieral so zvislým smerom uhol 10° ? Dĺžka závesu od miesta upevnenia do stredu gule je $l = 1 \text{ m}$. [$v = 550 \text{ m.s}^{-1}$]
10. Valec s hmotnosťou $m = 1 \text{ kg}$ a polomerom $R = 0,5 \text{ m}$ sa môže otáčať okolo osi súmernosti. Na obvode valca je navinuté lano. Určte počet otáčok a uhol o ktoré sa otočí valec za dobu 10 s , ak na lano začne pôsobiť stála sila $F = 10 \text{ N}$. Valec bolo na začiatku v pokoji. ($J = \frac{1}{2} m R^2$, $\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$ $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, $\omega = \varepsilon t$)
[2000 rad ; $318,5 \text{ otáč.}$]
11. Cez kladku zanedbateľnej hmotnosti je prevesené lano, na koncoch ktorého sú upevnené bremená s hmotnosťami m a M . Určte silu F , ktorou je namáhaný záves kladky, ak sa bremená samovoľne pohybujú.
12. Na tyč pôsobia dve rovnobežné sily s veľkosťami $F_1 = 30 \text{ N}$ a $F_2 = 70 \text{ N}$ vo vzdialenosti $0,6 \text{ m}$ od seba. Určte veľkosť a pôsobisko výslednice, ak sú sily orientované a) súhlasne, b) nesúhlasne. Tiež tyče neuvažujte.
[100 N $0,42 \text{ m}$; 40 N $1,05 \text{ m}$]
13. Dvojzvrtná páka hmotnosti 3 kg a dĺžky 2 m je zaťažaná na konci závažiami s hmotnosťami 5 kg a 8 kg . Nájdite miesto od m_1 , kde ju treba podprieť, aby bola v rovnováhe.
[$1,19 \text{ m}$]
14. Cez priekopu je položená 6 m doska s hmotnosťou 40 kg . Vypočítajte aké sily pôsobia v bodoch A, B na jej koncoch, ak po doske kráča človek, ktorého hmotnosť je 60 kg a nachádza sa v $1/3$ dosky od bodu B.
[$F_A = 392 \text{ N}$; $F_B = 589 \text{ N}$]
15. Do akej výšky sa vychýli balistické kyvadlo hmotnosti 10 kg , keď v ňom uviazne strela hmotnosti 100 g letiaca rýchlosťou 200 m/s ?

Deformácia TT

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

14. Typy chemických väzieb a ich charakteristika.
15. Kryštalografické sústavy: typy mriežok, poruchy.
16. Aké typy deformácie poznáme? Aké veličiny popisujú deformáciu?
17. Ako je definované normálové napätie a relatívne predĺženie? Hookov zákon pre ťah.
18. Načrtnite závislosť napätia od relatívneho predĺženia pri ťahovaní drôtu a vysvetlite pojmy medza úmernosti, medza pružnosti, medza pevnosti.
19. Ako je definované tangenciálne napätie a relatívne posunutie? Hookov zákon pre šmyk.
20. K akým deformáciám a zmene objemu dochádza v prípade, že kovová kocka je podrobená homogénemu všestrannému tlaku?
21. Objasnite fyzikálny význam modulov pružnosti v ťahu a v šmyku. Pre materiály meď, oceľ, guma určte poradie podľa rastúcej hodnoty modulu pružnosti v ťahu.
22. Aký jednoduchý experiment by ste použili na určenie modulu pružnosti v ťahu pre konkrétny materiál, napr. meď?
23. Vo vzťahu pre deformáciu valcovej tyče krútením vystupuje modul pružnosti v šmyku. Vysvetlite, prečo bolo možné problém deformácie v krútení previesť na problém deformácie v šmyku.

Odvodenia:

24. Odvodte vzťah pre priehyb tyče upevnenej na jednom jej konci.
25. Odvodenie vzťahu pre tozrnú deformáciu pre statický a dynamický prípad.

Príklady

1. Kabína rýchlovýťahu má hmotnosť 200 kg. Keď je kabína na prízemí, dĺžka nenavinutej časti lana je 60 m. Vypočítajte, ako sa zmení dĺžka lana výťahu, keď na prízemí nastúpi do kabíny šesť ľudí o celkovej hmotnosti $m = 500$ kg. Prierez lana je 2 cm^2 a modul pružnosti lana $E = 210 \text{ GPa}$.
[7 mm]
2. Na koniec oceľovej tyče ($E = 220 \text{ GPa}$) s dĺžkou 1,5 m umiestenej vo vertikálnej polohe má byť zavesené závažie s hmotnosťou 500 kg. Aký priemer tyče zvolíme, ak chceme, aby sa tyč po zavesení závažia nepredĺžila o viac ako o 0,3 mm. (Vlastnú tiaž tyče neuvažovať)
3. Drevená tyč s obdĺžnikovým prierezom so stranami $a = 5 \text{ cm}$, $b = 0,5 \text{ cm}$ je v dvoch miestach vzdialených od seba $l = 1 \text{ m}$ podporená tak, že rozmer a je vo vodorovnej rovine. Ako sa zníži stred tyče vzhľadom na svoju pôvodnú polohu, keď tyč v strede zaťažíme závažím hmotnosti 1 kg, a keď modul pružnosti v ťahu dreva, z ktorého je tyč zhotovená, je $E = 1,18 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$?
$$E = \left[\frac{3,33 \text{ mm}}{4 a b^3 y} \right]$$
4. Na oceľovom drôte polomeru $r = 1 \text{ mm}$ je zavesené závažie tiaže $G = 981 \text{ N}$ tak, že tvorí kyvadlo. Na aký najväčší uhol od zvislého smeru môžeme kyvadlo odkloniť, aby keď ho pustíme, sa drôt neroztrhol pri prechádzaní závažia najnižšou polohou? Medza pevnosti ocele $\sigma_m = 7,85 \cdot 10^8 \text{ Pa}$.

$$[\cos \alpha_m = 3/2 - \pi r^2 \sigma_m / 2 G = 0,243; \alpha_m = 76^\circ]$$

5. Oceľová špirála dĺžky $l_0 = 80$ cm sa predĺži silou $F_l = 20$ N o dĺžku $x_l = 5$ cm. Aká práca sa vykoná pri predĺžení špirály na dvojnásobok jej pôvodnej dĺžky, keď sila konajúca prácu je úmerná predĺženiu špirály?
<http://hockicko.uniza.sk/Priklady/Pr109.htm> [128 J]
6. Vypočítajte absolútnu a relatívnu zmenu objemu oceľovej tyče, ktorá má dĺžku $l = 10$ m a pričný prierez $S = 25$ cm², ak na tyč pôsobí sila ťahom $F = 3,5 \cdot 10^5$ N. ($E = 2,2 \cdot 10^{11}$ Nm⁻², Poissonovo číslo $\mu = 0,3$)
 [$23,2 \cdot 10^{-6}$ m⁻³; 0,1%]
7. O koľko sa predĺži oceľová tyč dĺžky 25 m pôsobením vlastnej váhy, keď visí upevnený za jeden koniec? Prierez tyče je 1 cm², hustota ocele je 7800 kg/m³ a jej modul pružnosti v ťahu je 210 GPa.
 [0,11 mm]
8. Predstavte si veľmi dlhý voľne visiaci drôt. Pri akej dĺžke sa môže drôt pretrhnúť pôsobením vlastnej tiaže, ak materiál je a) meď ($\sigma_m = 4,2 \cdot 10^8$ Pa, $\rho = 8,9 \cdot 10^3$ kg.m⁻³), b) olovo ($\sigma_m = 2,0 \cdot 10^7$ Pa, $\rho = 11,3 \cdot 10^3$ kg.m⁻³) c) železo ($\sigma_m = 3,14 \cdot 10^8$ Pa, $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ kg.m⁻³) ? Konštanta σ_m je medza pevnosti materiálu, ρ je hustota.
 [a) $l_{Cu} = 4,8$ km, b) $l_{Pb} = 180$ m, c) $l_{Fe} = 4,1$ km]
9. Železná tyč sa dotýka obidvoma koncami pevných stien. Vypočítajte, o koľko ju musíme zohriať, aby na steny pôsobila tlakom 5 MPa? Modul pružnosti v ťahu železa je $E = 206$ GPa. ($\alpha = 10,4 \cdot 10^{-6}$ 1/K, $\Delta l = l \alpha \Delta T$)
 [2,3 K]
10. Nájdite periódu torzného kyvadla, vytvoreného kruhovou doskou hmotnosti $m = 3$ kg a s polomerom $RR = 10$ cm zavesenou na drôte dĺžky $l = 1,2$ m a polomeru $R = 1$ mm, keď modul pružnosti ocele v šmyku je $G = 7,16 \cdot 10^{10}$ Pa. [$T = 2,51$ s]
11. Železná valcová tyč dĺžky $l = 50$ cm a priemeru $d = 0,5$ cm je na jednom konci upevnená. Na jej druhom konci je upevnené koleso polomerom $r = 20$ cm. Akou tangenciálnou silou treba pôsobiť na obvode kolesa, aby sa prierez tyče v mieste kolesa stočil vzhľadom na upevnený koniec tyče o uhol $\varphi = 15^\circ$, keď modul pružnosti v torzii železa $G = 7,16 \cdot 10^{10}$ Pa? <http://hockicko.uniza.sk/Priklady/Pr185.htm> [11,1 N]
12. Hliníkový drôt s obsahom prierehu 0,5 mm² má dĺžku 10 m. a) Aká je najväčšia hmotnosť bremena, ktoré môžeme na drôt zavesiť, aby sme neprekročili medzu pružnosti hliníka 98,5 MPa? Vlastnú tiaž drôtu neuvažujte. b) Určte predĺženie a relatívne predĺženie hliníkového drôtu spôsobené týmto bremenom? Modul pružnosti v ťahu pre hliník je 66 GPa.

Kvapaliny

26. Kvapaliny a jej vlastnosti.
27. Definícia tlaku, jednotky tlaku.
28. Ako je definovaný hydrostatický tlak?
29. Definujte Pascalov zákon.
30. Napíšte Archimedov zákon.
31. Ustálené a neustálené prúdenie. Prúdnice. Reynoldsové číslo.
32. Napíšte rovnicu spojitosti (kontinuity).
33. Napíšte Bernoulliho rovnicu.
34. Vnútorne trenie. Koeficient dynamickej a kinematickej viskozity.
35. Akým vzťahom je daná sila odporu pri pohybe telesa v kvapaline?
36. Povrchové napätie, kapilárne javy
37. Kapilárny tlak.

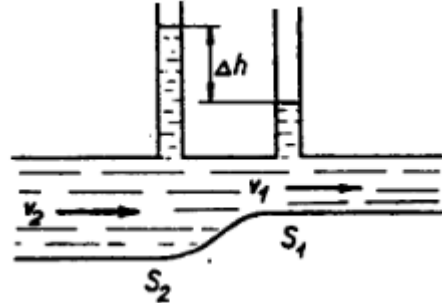
Odvodenie:

38. Odvodte Torricelliho vzťah pre rýchlosť výtoku kvapaliny otvorom malého prierezu. Nakreslite obrázok.
39. Odvodte vzťah pre výpočet rýchlosti pádu guľičky vo viskóznej kvapaline.

Príklady

1. Kúsok skla má tiaž 1,4 N. Vo vode je jeho zdanlivá tiaž 0,84 N. Vypočítajte hustotu skla.
[2 500 kg/m³]
2. Loď na piesok má tvar hranolu s obdĺžnikovou základňou 44 x 8,5 m². Prázdna má ponor 1,9 m. Určte hmotnosť prázdnej lodi a jej ponor, ak sa do nej naloží 210 m³ piesku o hustote 1600 kg/m³.
[710,6 t; 2,8 m]
3. V sklenej trubici tvaru U sa nachádza ortuť, ktorá zaplní zvislé časti trubice do pribl. 2/3 ich dĺžky, pričom celková dĺžka ortuťového stĺpca vrátane spodnej zohnutej časti je l=0,2m. Do jedného ramena trubice fúkneme, čím ortuťový stĺpec začne kmitať. Výpočtom sa presvedčte, že sila pôsobiaca na celý stĺpec je úmerná výchylke, takže ide o harmonický oscilátor. Vypočítajte jeho dobu kmitu T.
[6,28 s]
4. Valcový rezervoár na vodu s polomerom $R = 50$ cm má na dne otvor s priemerom $d = 4$ cm. Do nádoby priteká voda s objemovým tokom $Q_p = 0,7 \cdot 10^{-2}$ m³/s¹. Akú maximálnu výšku dosiahne voda v rezervoári? Ako dlho bude trvať jeho vyprázdnenie, ak sa prítok vody zastaví v čase, keď hladina vody je maximálna? [1,55 m; 347 s]
5. Drevený valec je ponorený vo vode 2/3 svojej výšky. Akú prácu treba vykonať na vytiahnutie valca z vody? Polomer valca je $r = 10$ cm a jeho výška $h = 60$ cm. [24,7 J]
6. Aká sila F je potrebná na zdvihnutie rovinnej hate, ktorá je pod tlakom vody, ak hmotnosť hate je $m = 250$ kg, šírka hate $b = 3$ m, hĺbka vody je $h = 1,5$ m, a keď koeficient trenia hate o opory je $\mu = 0,3$? / <http://hockicko.uniza.sk/Priklady/Pr220.htm> / [12 385 N]
7. Nádoba valcovitého tvaru má v stene nad sebou dva otvory vo výškach h_1 a h_2 od dna. V akej výške má byť hladina tekutiny nad dnom nádoby, aby tekutina striekala z obidvoch otvorov do rovnakej vzdialenosti na vodorovnú rovinu, na ktorej je nádoba položená?
/ $x = v_1 t_1 = v_2 t_2$; $v_1 = \sqrt{2 g (h - h_1)}$; $h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$ / [$h = h_1 + h_2$]

8. Vodorovnou trubicou s plošným obsahom prierezu 20 cm^2 prúdi voda rýchlosťou 8 m/s . Tlak vody je $1,08 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Akú rýchlosť a tlak má voda rozšírenom mieste trubice s plošným obsahom prierezu 40 cm^2 ? Hustota vody je 1000 kg/m^3 . [4 m/s , 132 kPa]
9. Rozdiel tlakov v hlavnom vodorovnom potrubí a v zúženej časti vodomeru je $\Delta p = 100 \text{ kPa}$. Aký je objemový prietok vody vodomerom, ak pričné prierezy hlavného potrubia a zúženej časti sú $S_1 = 0,05 \text{ m}^2$, $S_2 = 0,1 \text{ m}^2$? / $\Delta p = p_2 - p_1$ / [$0,81 \text{ m}^3/\text{s}$]
10. Vodorovnou trubicou nerovnakého prierezu preteká voda. Určite aké množstvo vody Q preteká potrubím za 1 sekundu? Manometrické trubice v miesta s prierezom $S_1 = 10 \text{ cm}^2$ a $S_2 = 20 \text{ cm}^2$ ukazujú rozdiel vodných hladín $\Delta h = 20 \text{ cm}$. / $\Delta p = \rho g \Delta h = p_2 - p_1$ / [$2,31 \text{ l/s}$]
11. Injekčná striekačka má plošný obsah piesta $S_1 = 1,2 \text{ cm}^2$ a jej otvor má prierez $S_2 = 1 \text{ mm}^2$. Ako dlho bude vytekať voda zo striekačky uloženej vo vodorovnej rovine, ak na piest bude pôsobiť sila $F = 4,9 \text{ N}$ a ak sa piest posunie celkom o dĺžku $l = 4 \text{ cm}$? (Vnútorne trenie zanedbajte!) [$0,53 \text{ s}$]



Kmity

Základné pojmy

1. Sila pružnosti.
2. Napíšte pohybovú rovnicu pre netlmený harmonický oscilátor! Napíšte všeobecné riešenie! Vzťah pre uhlovú frekvenciu.
3. Rýchlosť a zrýchlenie harmonického pohybu.
4. Kinetická a potenciálna energia harmonického pohybu.
5. Napíšte pohybovú rovnicu pre tlmený harmonický oscilátor! Napíšte rovnicu popisujúcu kmity tlmeného harmonického oscilátora.
6. Čo je logaritmický dekrement? Aké typy tlmeného pohybu poznáme?
7. Napíšte pohybovú rovnicu pre vynútené kmity oscilátora! Napíšte rovnicu popisujúcu ustálený stav oscilátora.
8. Graf amplitúdy vynútených kmitov s frekvenciou. Ako vyplýva útlm na danú amplitúdu?
9. Charakterizujte fyzikálne a matematické kyvadlo. Vzťah pre uhlovú frekvenciu.
10. Charakterizujte torzné kyvadlo. Vzťah pre uhlovú frekvenciu.
11. Skladanie kmitavých pohybov s rovnakou frekvenciou.
12. Skladanie kmitavých pohybov s rôznou frekvenciou.
13. Skladanie kmitov na seba kolmých

Odvodenia

14. Riešte pohybovú rovnicu pre netlmený harmonický oscilátor!

1. Teleso zavesené na pružine vykonáva kmitavý pohyb okolo svojej rovnovážnej polohy s periódou 0.4s. Vyjadrite závislosť výchylky telesa od času, keď maximálna výchylka je 5 mm a v čase nula má teleso výchylku -3 mm a smeruje do svojej rovnovážnej polohy. Aká je celková energia daného telesa ak jeho hmotnosť je 50 g.
2. Určte amplitúdu a fázovú konštantu harmonického pohybu hmotného bodu po priamke, ak sa hmotný bod v čase $t = 0$ s vyznačuje výchylkou $X_0 = 5$ cm a rýchlosťou $V_0 = 20$ cm/s, keď frekvencia pohybu je 1 Hz! [5,92 cm; $-32^{\circ} 30'$]
3. Vypočítajte amplitúdu a fázovú konštantu netlmeného harmonického pohybu hmotného bodu po priamke, ak v čase $t = 0$ s má okamžitú výchylku $x_0 = x(0) = 0,03$ m a rýchlosť $v_0 = v(0) = 0,4$ m.s⁻¹ a frekvencia kmitov je $f_0 = 1$ s⁻¹. [7 cm, 295,2°]
4. Na doske leží závažie hmotnosti $m = 2$ kg. Doska koná harmonický pohyb vo zvislom smere s periódou $T = 0,5$ s a s amplitúdou $x_0 = 3$ cm. Vyjadrite silu F , ktorou závažie tlačí na dosku a vypočítajte amplitúdu tejto sily. Aká je maximálna frekvencia kmitov, pri ktorej závažie zostane ešte na doske? [$F_{max} = 29,5$ N 2,9 Hz]
5. Horizontálna doska koná harmonický pohyb vo vodorovnom smere s periódou $T = 5$ s. Teleso, ktoré leží na doske, sa začína klzať, keď amplitúda kmitov dosiahne hodnotu $x_0 = 0,5$ m. Aký je koeficient trenia medzi závažím a doskou? [$\mu = 0,08$]
6. Pružina tuhosti 16 kN.m⁻¹ a dĺžky 0,4 m je nasunutá na tyč a jeden jej koniec je pevne uchytený. Na druhom konci pružiny je upevnené závažie hmotnosti 2 kg, ktoré môže bez trenia klzať pozdĺž tyče. Vypočítajte dĺžku pružiny, ak sústava sa otáča s uhlovou rýchlosťou 40 rad.s⁻¹ okolo osi, ktorá prechádza cez bod uchytenia pružiny! [0,5 m]
7. V akej vzdialenosti od stredu máme upevniť homogénnu kruhovú dosku s polomerom 10 cm, aby sa kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou periódou? [7 cm]

8. Skúmavka, na dne ktorej je trochu piesku, pláva vo vode vo zvislej polohe tak, že je ponorená do $\frac{2}{3}$ svojho objemu. Skúmavka má tvar valca výšky 15 cm a prierezu 2 cm^2 . Ak skúmavku trochu zodvihne a pustíme, začne vykonávať kmitavý pohyb vo zvislej rovine. Vypočítajte periódu kmitov. Hustota vody je 1000 kg/m^3 . [0,63 s]
9. Amplitúda netlmeného harmonického pohybu hmotného bodu je $A_0 = 0,02 \text{ m}$ a celková energia kmitov $E_C = 3 \cdot 10^{-7} \text{ J}$. Vypočítajte, pri akej výchylke pôsobí na hmotný bod návratná sila veľkosti $F = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. [- 1,5 cm]
10. Logaritmický dekrement tlmeného harmonického pohybu hmotného bodu je $\delta = 0,03$. Vypočítajte, akú časť mechanickej energie stratí hmotný bod za 20 s trvania pohybu, keď perióda tlmeného pohybu je $T = 2 \text{ s}$. [45%]
11. Aký je koeficient útlmu tlmených harmonických kmitov hmotného bodu, keď podiel dvoch za sebou nasledujúcich výchyliek na tú istú stranu sa rovná 2 a perióda tlmených kmitov je $0,5 \text{ s}$? Aká by bola perióda netlmených kmitov za tých istých podmienok?
 [$\delta = bT$; $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$] [$b = 1,39 \text{ s}^{-1}$; $T_0 = 0,497 \text{ s}$] [1,386; 0,497 s]
12. Gulôčka s hustotou $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ a s polomerom $r = 1 \text{ cm}$, zavesená na pružine, kmitá vo vzduchu s uhlovou frekvenciou $\omega_0 = 6,28 \text{ s}^{-1}$, ponorená v oleji s uhlovou frekvenciou $\omega = 5,32 \text{ s}^{-1}$. Pohyb gulôčky vo vzduchu môžeme považovať za netlmený harmonický pohyb, v oleji za tlmený harmonický pohyb. Vypočítajte dynamickú viskozitu oleja η a logaritmický dekrement δ , keď odpor prostredia je úmerný rýchlosti gulôčky podľa Stokesovho vzťahu: $F = 6 \pi \eta r v$. [$\eta = 0,4 \text{ Pa.s}$; $\delta = 3,9$]
13. Dva rovnobežné kmitavé pohyby rovnakej amplitúdy, rovnakej fázovej konštanty a blízkych periód $T_1 = 3 \text{ s}$, $T_2 = 3,1 \text{ s}$ sa skladajú do výsledného pohybu. Nájdite periódu výsledného kmitavého pohybu a periódu rázov. [$T = 3,05 \text{ s}$, $T_r = 93 \text{ s}$]
14. Rušeň sa blíži k pozorovateľovi rýchlosťou $v = 20 \text{ m.s}^{-1}$. Aký vysoký základný tón píšťaly počuje pozorovateľ, ktorý je v pokoji, ak strojvodca počuje tón frekvencie $f = 300 \text{ Hz}$ a ak rýchlosť zvuku vo vzduchu za daných podmienok je $v_0 = 340 \text{ m.s}^{-1}$
 [$f^* = 319 \text{ s}^{-1}$]
15. Dva harmonické kmitavé pohyby blízkych frekvencií sa skladajú do výsledného pohybu, ktorý sa vyznačuje 5 rázmi za sekundu. Aká je frekvencia druhého z týchto pohybov, keď prvý má frekvenciu $f_1 = 40 \text{ s}^{-1}$?

Termodynamika

Základné pojmy, vety, definície, jednotky fyzikálnych veličín.

1. Nultý zákon termodynamiky. Teplota – jednotky.
2. Akými vzťahmi je popísaná teplotná rozťažnosť látok (dĺžka, objem, hustota)?
3. Definujte pojem tepla! Čo vyjadruje a aký tvar má kalorimetrická rovnica
4. Definícia tepelnej kapacity, mernej tepelnej kapacity a merného skupenského tepla.
5. Zmena skupenstva látky.
6. Mechanizmy prenosu tepla, tepelný tok, koeficient tepelnej vodivosti.
7. Poznatky kinetickej teórie stavby látok (difúzia, Brownov pohyb, tlak).
8. Maxwellovo rozdelenie a základné rýchlosti plynu.
9. Termodynamické veličiny ideálneho plynu a ich popis.
10. Napíšte stavovú rovnicu ideálneho plynu, charakterizujte ideálny plyn.
11. Zákony pre ideálny plyn: izotermický dej - Boylov-Mariottov zákon.
12. Zákony pre ideálny plyn: izobarický dej - Gay-Lussacov zákon.
13. Zákony pre ideálny plyn: izochorický dej, - Charlov zákon.
14. Stredná kinetická energia molekuly ideálneho plynu. Vnútorná energia plynu.
15. Charakterizujte adiabatický dej. Napíšte Poissonovu rovnicu pre adiabatický dej.
16. Objemová práca plynu.
17. Napíšte I. veta termodynamickú.

Teoretické otázky

18. Charakterizujte izotermický, izobarický, izochorický a adiabatický dej. Ako sa mení pri daných dejoch práca a teplo?
19. Vypočítajte prácu ktorá sa vykoná pri izotermickej a izobarickej expanzii.

Príklady

(Merná tepelná kapacita vody je $4186 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$).

1. Elektrický kalorimeter pozostáva z nádoby, ktorá je dokonale tepelne izolovaná s vyhrievacou špirálou 55 W. K určeniu tepelnej kapacity kalorimetra bol kalorimeter naplnený 0,25 kg destilovanej vody, ktorá sa ohrievala z 10°C na 30°C za 8 minút. Vypočítajte tepelnú kapacitu kalorimetra? [273,5 J/K]
2. Priamy úsek koľajníc bol zváraný pri teplote 20°C . Aká tlaková sila vznikne v priereze koľajníc o ploche 80 cm^2 keď sa v lete koľajníc zohrejú na teplotu 50°C . Koľajníc sa nemajú možnosť predĺžiť. ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $E = 200 \text{ GPa}$) [576 kN]
3. Koleso rušňa má pri teplote 0°C polomer $r_0 = 1 \text{ m}$. Aký je rozdiel v počte otočení kolesa na dráhe $l = 100 \text{ km}$ v lete pri teplote $t_1 = 25^\circ\text{C}$ a v zime pri teplote $t_2 = -25^\circ\text{C}$, keď súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti materiálu kolesa ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$).
4. Stroj pracujúci s výkonom 368 W vŕta za 2 minúty otvor do liatinového bloku, pritom sa blok zohreje o $3,25 \text{ K}$. K zväčšeniu vnútornej energie bloku prispieva len 80% práce konanej pri vŕtaní. Akú hmotnosť má blok? ($c_{\text{liatina}} = 544 \text{ J/kg.K}$) [20 kg]
5. V kalorimetri je 340 g vody teploty 12°C . Keď do kalorimetra nalejeme ešte 200 g vody 56°C teplej, ustáli sa po premiešaní teplota na 27°C . Vypočítajte tepelnú kapacitu kalorimetra.

6. Vypočítajte hmotnosť m_0 ľadu s teplotou $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, ktorý musíme vložiť do vody s hmotnosťou $m_1 = 20\text{ kg}$, aby sa voda ochladila z teploty $t_1 = 35\text{ }^{\circ}\text{C}$ na teplotu $t_2 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. (Skupenské teplo topenia ľadu je $l = 334 \cdot 10^3\text{ J.kg}^{-1}$) [3 kg]
7. Do nádrže obsahujúce 35 kg oleja teploty 303 K sme pri kalení ponorili oceľový predmet teploty 1073 K. Vypočítajte, aká je hmotnosť tohto predmetu, keď po vložení sa teplota oleja ustálila na 331 K. ($c_{\text{olej}} = 1680\text{ J/kg.K}$, $c_{\text{ocel}} = 460\text{ J/kg.K}$) [4,82 kg]
8. One liter of water is heated from $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ to $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, then boiled away. a) How much energy is required to bring the water to boiling? [$3.68 \cdot 10^5\text{ J}$] b) How much extra energy is required to vaporize the water? [$2.26 \cdot 10^6\text{ J}$] c) If electricity costs \$75 per MW-hr, what was the cost of heating and boiling the water? [5.5 €]
9. **Example 12.4** A glass beaker of water is at $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. The beaker has a mass $m_g = 200\text{ g}$ with specific heat $c_g = 840\text{ J/kg.C}^{\circ}$ and contains water of mass $m_w = 300\text{ g}$ with specific heat $c_w = 4186\text{ J/kg.C}^{\circ}$. A quantity of steam initially at $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ is used to warm the system to $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. If the specific heat of steam is $c_s = 2,010\text{ J/kg.C}^{\circ}$ and latent heat of vaporization is $L_V = 2.26 \cdot 10^6\text{ J/kg}$, what is the mass of the steam? [17 g]
10. Olovená guľôčka s hmotnosťou $m = 30\text{ g}$ a teplotou $T_1 = 395\text{ K}$ narazí na železný terč rýchlosťou $v = 75\text{ m.s}^{-1}$ a zastaví sa. Vypočítajte: a) Aké veľké teplo Q vznikne pri tomto zabrzdení? b) Aká je teplota guľky T_2 , ak predpokladáme, že $1/3$ vzniknutého tepla sa v nej absorbuje? (Merná tepelná kapacita olova je $c = 134\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) [84,4 J , 402 K]
11. Koľko atómov obsahuje kocka železa s hranou 1 cm ? Hmotnosť jedného mólu železa je $55,847\text{ g}$ a jeho hustota je $7,874\text{ g.cm}^{-3}$. Avogadrovo číslo je $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$. [$8,5 \cdot 10^{22}$]
12. Vypočítajte hustotu vodíka pri atmosférickom tlaku $1,01 \cdot 10^5\text{ Pa}$ a pri teplote $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, keď viete, že hmotnosť atómu vodíka je $1,67 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$! [$\rho = 8,98 \cdot 10^{-2}\text{ kg.m}^{-3}$]
13. Hustota vzduchu pri tlaku $p_1 = 0.2\text{ MPa}$ a teplote $t_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $2,354\text{ kg.m}^{-3}$. Aká je hustota vzduchu za normálnych podmienok, t.j. pri tlaku $p_0 = 0,1\text{ MPa}$ a teplote $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$? [1,293 kg.m^{-3}]
14. Pri závodoch Formuly 1 sa teplota vzduchu v pneumatikách zvýšila zo $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ na $79\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ako sa zmení tlak v pneumatike, keď bola pôvodne nahustená na 240 kPa . Prečo je pred ostrým štartom zaradené „zahrievacie kolo“? (Vnútorný objem pneumatiky sa nemení) [289 kPa]
15. V kruhovom valci je vzduch uzavretý pohyblivým piestom umiestneným vo vzdialenosti 50 cm od dna valca. Vzduch má tlak 10^5 Pa . Ak piest pri adiabatickej kompresii posunieme o 20 cm ku dnu, tlak vzduchu sa zväčší na $2,05 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Určite Poissonovu konštantu vzduchu! [1.4]
16. V balóne bolo 10 kg dusíka pri tlaku 10 MPa . Aké množstvo dusíka bolo vypustené, ak konečný tlak dusíka bol 2.5 MPa ? Teplota dusíka a objem balóna sa nemení. [2,5 kg]
17. Vzduchová bublinka na dne jazera v hĺbke 21 m má pri teplote $t_1 = 4\text{ }^{\circ}\text{C}$ polomer $r_1 = 1\text{ cm}$. Pomaly stúpa na povrch, pričom sa jej objem zväčšuje. Vypočítajte, aký bude jej polomer, keď dosiahne povrch jazera, ktorý má teplotu $t_2 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Povrchové napätie neberte do úvahy. Atmosferický tlak $b = 0,1\text{ MPa}$. [$r = 1,5\text{ cm}$]
18. Vo valci s piestom je kyslík s hmotnosťou $m = 3.2\text{ g}$. Začiatkový tlak a teplota kyslíka: $p_1 = 2,10^5\text{ Pa}$, $t_1 = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kyslík izotermicky zväčší svoj objem na dvojnásobný. Vypočítajte: a) výslednú teplotu kyslíka T_2 , b) prácu A , ktorú kyslík vykoná, c) teplo Q , ktoré kyslík prijme počas expanzie. ($M = 32\text{ g.mol}^{-1}$, $R = 8.314\text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$) [300 K, 172.88 J]

19. Kompresor nasáva atmosferický vzduch s tlakom 0,01 MPa a teplotou 27 °C a stláča ho pri stálej teplote na tlak 3,5 MPa. Vypočítajte, koľko tepla sa odvádza chladiacej vode za hodinu, keď za tento čas sa stlačí 10 kg vzduchu.
<http://hockicko.uniza.sk/Priklady/Pr420.pdf> [$Q = 3,1 \cdot 10^6 \text{ J}$]
20. Určité množstvo plynu vzduchu pri tlaku 0,1 MPa a objeme 1 l prechádza adiabatickou zmenou a jeho teplota poklesne na polovicu pôvodnej teploty. Vypočítajte výsledný tlak, prácu a zmenu jeho vnútornej energie. [8826,5 Pa; 125,15 J]
21. Určité množstvo vzduchu sme nechali rozopnúť zo začiatočného objemu $V_0 = 2 \text{ l}$ na päťnásobný. Začiatočný tlak vzduchu bol $p_0 = 0,1 \text{ MPa}$. Vypočítajte, akú prácu sme získali, keď sa expanzia uskutočnila a) izobaricky, b) izotermicky, c) adiabaticky ($k = 1.4$).
 [a) $W = 800 \text{ J}$; b) $W = 321 \text{ J}$; c) $W = 230 \text{ J}$]
22. **(30)** An ideal gas has an initial temperature of 27 °C and an initial volume of 1 m^3 . An isobaric expansion of the gas to a new volume of 3 m^3 is achieved by adding 9,500 J of heat at a constant pressure of 3,000Pa. (a) Determine the work done by the gas during expansion. (b) What is the change in the internal energy of the gas? (c) Find the final temperature of the gas.
23. **Example 13.3** A cylinder contains 5 moles of monatomic helium. At constant pressure, the helium gas undergoes a volume expansion and a temperature increase $\Delta T = T_f - T_i = 20 \text{ C}^\circ$ due to the addition of heat Q_P . (a) How much heat Q_P is added to the helium? (b) What is the change ΔE_{int} in the internal energy of the helium ($C_V = 12.5 \text{ J/mol.K}$)? (c) How much work W is done by the helium as it expands? [2080 J, 1250 J, 830 J]
24. Vo valci sú 4 m³ vzduchu teploty 0 °C a tlaku 150 kPa. O koľko musíme plyn izobaricky zohriať, aby práca vykonaná pri jednom zdvihu mala hodnotu 100 kJ?
25. Vypočítajte, na akú teplotu poklesne teplota oxidu uhličitého CO₂ tiaže $G = 5,9 \text{ N}$ a začiatočnej teploty $t_0 = 50 \text{ °C}$, keď sa jeho vnútorná energia zmenší o 15 696 J.
 ($c_v(\text{CO}_2) = 653 \text{ J/kg.K}$) [10 °C]